



**Concursul Național de Matematică
„Olimpiada Satelor din România”
Etapa județeană, Neamț
14.03.2026
Clasa a V-a**

Subiectul 1 (20p)

Fie numărul $A = 3^{2n} \cdot 5^{2n+1} + 3 \cdot 9^n \cdot 25^{n+1} - 3^{2n+1} \cdot 5^{2n+1} \cdot 2$.

- a) Arătați că numărul A este divizibil cu 75, oricare ar fi n număr natural nenul.
b) Demonstrați că, pentru orice n, număr natural nenul, numărul A se poate scrie ca o sumă de trei pătrate perfecte.

Subiectul 2 (25p)

Să se afle toate numerele de patru cifre știind că ultima cifră este o cifră impară, suma cifrelor este egală cu 6 iar suma dintre a doua și ultima cifră este egală cu prima cifră.

Subiectul 3 (25p)

Sandu, Adrian și Tudor trebuie să descopere un cod pentru a trece la nivelul următor al unui joc. Cei trei și-au împărțit sarcinile astfel:

* Sandu trebuie să afle ultima cifră a numărului $N = 13 \cdot 15^{2026} + 12 \cdot 13^{2026} + 14^{2026}$, aceasta fiind prima cifră a codului.

* Știind că restul împărțirii numărului x la 15 este 7 iar restul împărțirii numărului y la 25 este 11, Adrian trebuie să afle restul împărțirii numărului $2x+6y$ la 30. Acesta reprezintă următoarele două cifre ale codului.

* Tudor trebuie să găsească ultimele două cifre ale codului, acestea fiind numerele prime a și b, în această ordine, care satisfac egalitatea $2a+3b=21$.

Arătați că acest cod, descoperit de cei trei prieteni, este un număr divizibil cu 79.

Subiectul 4 (20p)

De 8 Martie Cristi vrea să dăruiască flori fetelor din clasa sa.

El observă că, dacă ar cumpăra 5 lalele, 6 trandafiri și 4 zambile ar plăti 166 lei iar, dacă cumpără 4 lalele, 3 trandafiri și 5 zambile plătește 122 de lei. Prietenul său a plătit 108 lei pe un buchet cu 3 lalele, 2 trandafiri și 6 zambile.

- a) Arătați că prețul unei lalele nu poate fi 9 lei.
b) Știind că în clasă sunt 12 fete și că fiecare primește câte o lalea, două zambile și doi trandafiri aflați ce sumă de bani trebuie să dea Cristi pe flori.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru: 2 ore.

Se acordă 10 puncte din oficiu.



**Concursul Național de Matematică
„Olimpiada Satelor din România”
Etapa județeană, Neamț
14.03.2026
Clasa a VI-a**

Subiectul 1. (20 puncte)

- a) Să se determine numerele naturale a, b, c știind că a și b sunt direct proporționale cu 5 și 8 iar b și c sunt invers proporționale cu 3 și 2 iar $10a + 3b - c = 248$.
- b) Aflați numerele naturale x, y, z știind că $\frac{x+y}{5} = \frac{y+z}{6} = \frac{z+x}{3}$ și $5x + 2y + 3z = 57$.

Subiectul 2. (20 puncte)

- a) Fie mulțimea $A = \{9, 14, 19, 24, \dots, 2024, 2029\}$.
Determinați cardinalul mulțimii A .
Dacă B este submulțimea primilor 202 termeni ai mulțimii A , arătați că în B există două numere a căror sumă este 2023.
- b) Fie mulțimile $C = \{x \in \mathbb{N} / 2^{2025} < x \leq 2^{2027}\}$ și $D = \{y \in \mathbb{N} / 3^{2023} \leq y < 3^{2025}\}$.
Comparați cardinalele celor două mulțimi.

Subiectul 3. (25 puncte)

Unghiurile $\sphericalangle AOB, \sphericalangle BOC, \sphericalangle COD, \sphericalangle DOA$ sunt unghiuri în jurul punctului O astfel încât $\sphericalangle AOB$ este unghi ascuțit, $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ sunt suplementare; $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle DOA$ sunt complementare iar $\sphericalangle COD = 3\sphericalangle AOB$.

- a) Calculați măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOB, \sphericalangle BOC, \sphericalangle COD, \sphericalangle DOA$ și realizați desenul corespunzător.
- b) Arătați că semidreapta $[OA$ este bisectoarea $\sphericalangle BOD$.
- c) Știind că semidreapta $[OE$ este bisectoarea $\sphericalangle BOC$, calculați măsura unghiului $\sphericalangle AOE$.

Subiectul 4. (25 puncte)

Fie triunghiul ABC , cu $\sphericalangle A = 105^\circ$ și punctele D și E astfel încât $D \in (AB)$, $B \in (DE)$ și $BE \equiv AD$. În semiplanul determinat de dreapta AB , care nu conține punctul C se ia punctul M astfel încât $EM \equiv AC$ și $\sphericalangle BEM = 105^\circ$. Demonstrați că:

- a) $MD \equiv BC$
- b) $AC \parallel ME$
- c) $MA \equiv EC$

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru: 2 ore.

Se acordă 10 puncte din oficiu.



**Concursul Național de Matematică
„Olimpiada Satelor din România”
Etapa județeană, Neamț
14.03.2026
Clasa a VII-a**

Subiectul 1 (20puncte)

- a) Aflați partea întreagă a numărului $n = \frac{1}{2 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 10} + \dots + \frac{1}{2022 \cdot 2026}$.
- b) Arătați că numărul $\sqrt{A}$ este rațional, unde $A = (a+6)(a+7)(a+8)(a+9)+1$, $a \in \mathbb{R}$.

Subiectul 2 (25 puncte)

- a) Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $\frac{x+1}{2} + \frac{x+2}{3} + \dots + \frac{x+2026}{2027} = 2026$.
- b) Rezolvați sistemul
$$\begin{cases} (x+1)(x+4) = y \\ (y+1)(y+4) = z, \text{ unde } x, y, z \in \mathbb{R}. \\ (z+1)(z+4) = x \end{cases}$$

Subiectul 3 (25 puncte)

Se consideră cercul $\mathcal{C}(M, 10\text{cm})$ și coardele AB și CD perpendiculare.

- a) Dacă distanțele de la centrul cercului la cele două coarde sunt 6 cm respectiv 8 cm, aflați aria patrulaterului ACBD.
- b) Dacă E este simetricul punctului A față de M, iar F este simetricul punctului B față de CD, arătați că CEDF este paralelogram.

Subiectul 4 (20 puncte)

Pe latura (BC) a triunghiului $\triangle ABC$ considerăm un punct oarecare D. Prin D se construiește paralela la AM, M mijlocul lui (BC), care intersectează AB și AC în E respectiv F.

Arătați că:

- a) $\frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB}$
- b) $DE + DF = \text{constant}$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru: 2 ore.

Se acordă 10 puncte din oficiu.



**Concursul Național de Matematică
„Olimpiada Satelor din România”
Etapa județeană, Neamț
14.03.2026
Clasa a VIII-a**

Subiectul 1 (20puncte)

- a) Determinați cardinalul mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z}^* / |\frac{3x+7}{5}| \leq 4\}$.
- b) Arătați că, dacă $x \in [-2, 2]$, numărul $N = \sqrt{x^2 - 4(x-1)} + 3\sqrt{x^2 + 6x + 9} - 2\sqrt{x^2 + 4(x+1)}$ este prim.

Subiectul 2 (25 puncte)

- a) Să se determine $[x]$ dacă $x = (\frac{9}{2\sqrt{3}} - \frac{8}{3\sqrt{2}}) \cdot (\frac{1}{\sqrt{6}})^{-3}$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x .
- b) Determinați valoarea expresiei $E(x) = 2 \cdot \sqrt{(x - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(2x - \sqrt{3})^2} + |\sqrt{2} - \sqrt{3}|$, știind că $1 < x < \sqrt{2}$.

Subiectul 3 (25 puncte)

Fie piramida patrulateră regulată $VABCD$. O furnică pleacă din punctul A și ajunge tot în punctul A , mergând pe fețele laterale. Știind că lungimea drumului parcurs este minimă și că lungimea parcursă pe fața VAB este de două ori mai mare decât cea parcursă pe fața VBC , determinați măsurile unghiurilor feței VAB .

Subiectul 4 (20 puncte)

Un cort sub formă de prismă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ are $AB = 3$ m și $AA' = 4$ m. Fie $CD \perp AB$, $D \in AB$.

- a) Calculați volumul de aer din cort.
- b) Câți metri pătrați de pânză sunt necesari pentru confecționarea cortului, știind că 10% din pânza cumpărată se pierde la tăiat și cusut? (pânza se folosește peste tot)
- c) Ajunge un fermoar de 3 m pentru a fi montat de-a lungul segmentului CD ?

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru: 2 ore.

Se acordă 10 puncte din oficiu.